

## مرورال حركة وتخطيط بريس مفارقة – الأنانيون قونئالسا

جامعة الملك فهد للبترول والمعادن (المملكة العربية السعودية) - جواد أبو هل يل

[abuhlail@kfupm.edu.sa](mailto:abuhlail@kfupm.edu.sa)

### الأول المقطع:

وبركاته بتعالى ، السلام عليكم ورحمة الله ين المشاهد أعزائي

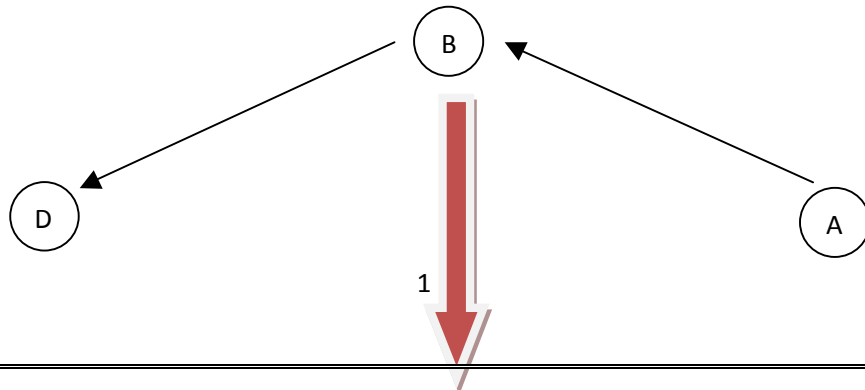
قسم الرياضيات د يونس أبو هل يل، من في البداية، أود أن أعرف بنفسي. أنا د. جواد جامعة الملك فهد للبترول والمعادن، الظهران، المملكة العربية في وإحصاء السعودية.

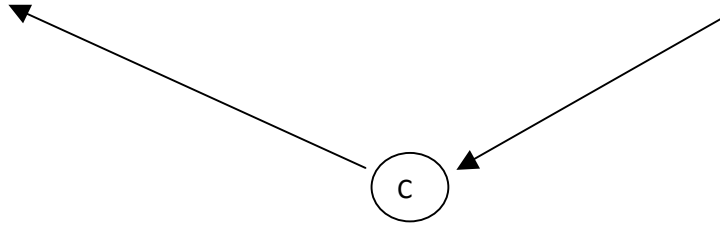
الشخصية. يتعلق قبل كل شيء بسلامتنا و ، هذا اليوم موضوع هام جداً وموضوعنا في على حركة الأنانيين ما هو تأثير السائقين. الأنانيين بالسائقين يتعلق نه ! داخل المدن؟ ما هو تأثيرهم ازدياد الازدحام ما هو تأثيرهم على؟ خاصة داخل المدن السير خاصة في المملكة العربية السعودية؟ هذا ما سنناقشه في و ، دت السيرا و اذدي على المرئي. هذا الدرس

الطرق على هل يؤثر إغلاق هذه ق؟ الطر هذه إغلاق ما هو سبب. المشاهد التاليتة تأملن تأملن ؟ الازدحام من ذلك فف يخام الشوارع المجاورة، في هل يزيد الازدحام الازدحام؟ هل مرة لمساراتهم في كل ير هؤلاء السائقين ما هو سبب تغذية المشاهد التأيضا مضطرا حدهم أكون ؟ قد يمن هؤلاء السائقين لمسار سائق كل ير يمنك سبب وجيه لتغ من أري كتأن، ولكن الملاحظ ذلك في له العذر وقد يكون شارع جانبي إلى أن يتجه مر ولأكثر من ستبش كل السائقين الشبان على وجه الخصوص يغريون مساراتهم تقليل إلى؟ هل يؤدي ذلك فعلاً ذلك في سبب ال. فما هو مثل من دقة قول أ في مرة حركة على السائقين الأنانيين ما هو تأثير؟ وجهتهم إلى الزمن الذي يلزمهم للوصول ؟ وليس بعضهم فقط ماذا لو كان جميع السائقين أنانيين؟ المرور

A من السيرات تريد العبور من النقطة عة عن دنا مجمو. أكثر محدد ين لنكن: **1 نشاط** وعن دنا المساران التالين D إلى النقطة

BC؟ الطري ق إغلاق تأثير هو ما





### الثاني المقطع:

؟ العوامل التي تحدد تصرف السائقين أن أنانيين هم أم هي

الزمن وتقليل ي يحرص فقط على مصلحته الشخصية لكل سائق أن أن من الواضح الآخرين. ائقين هدفه بغض النظر عن مصلحة الس إلى للوصول يلزمه ال

ندما يتم التوصل إليها عتزانل الحالة اتزان ؟ حالة في طرق الما معنى وجود شبكة ر لمساره ين أي تغياً و، ير مساره من تغ له شخصيان لا فائدة أي درك لكل سائق هذه الاتزان حالة تم تقديم. للوصول إلى هدفه سيؤدي إلى زيادة الزمن الذي يلزمه مول العالم الأمريكي جون ناش الذي قدم هذا من قبل ناش اتزان والتي تعرف الآن بحالة والتي تكونت من 28) من القرن الماضي عام 1950 المفهوم في أطروحته للدكتوراه (صفحة فقط).

السائقين لو قام بعض بقليل التفكير ؟ حالة الاتزان هذه إلى الوصول مل يتم دائماً لو قام جميع ولكن ،الاتزان حالة إلى لا نصل أن فقط بتغيري مساراتهم يمكننا إلى س نصل لهم من اسبابا أمره يرون فيها اتجاهات كل في اتجاهات السائقين بتغيري بالاتأكيد حالة الاتزان

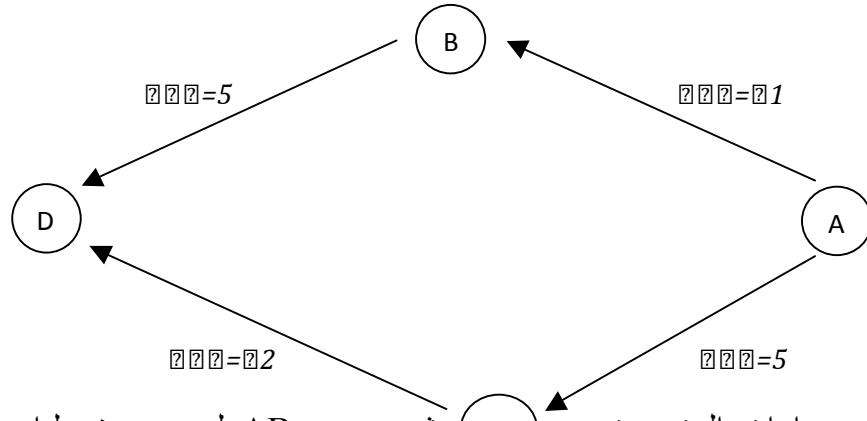
الذي نعبور وقت ال – الطرق حالة ت اللزوم ل عبور جزء من طريق ما ؟ على ماذا يعتمد الوقت المساء. في الصباح أو الطريق سواء كان في هذا في

ل عبور ناذي يلزم التحدد الوقت في هم ولكن العامل الأ مهمة، هذه عوامل أن من الواضح (الوقت نفس في) الوقت التي تعبر الطريق في هذا عدد السيرات الموم طريق  $\tau = \tau$  دالة شكل الزمن على وي عطى هذا

الدوال التي جميع عدد السيرات التي تعبر الطريق .  $x$  و  $t$  وذلك حيث الزمن ثابتة. أو هي دوال خطية لاحقات عرضها سنس التي ثلة م ال سنست عملها في

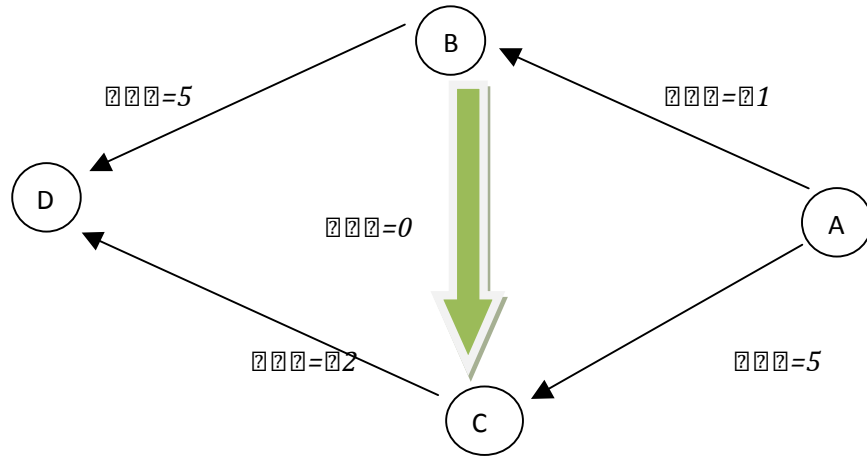
هل D إلى A يريد العبور من عندنا عدد معين من السيرات ت: ان الرئيس السؤال للسيرات هذه زيادة الزمن الذي يلزم أم تقليل إلى BC الطريق إغلاق سيؤدي D؟ إلى A للوصول من

الشكل في هو موضح كما D إلى A من لنفرض أن عندنا 4 سيرات تريد العبور: التالي



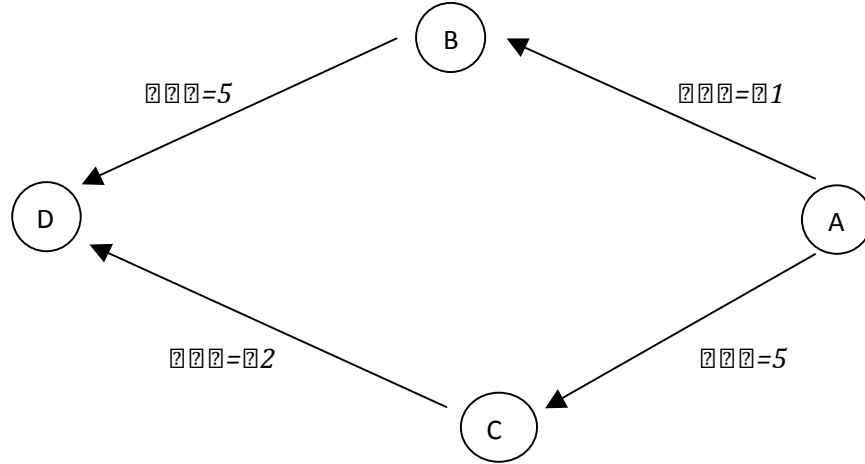
هذا هو عدد السيارات التي تعبر  $C$  في  $t=1$  هو  $AB$  ل عبور زم لامن الزال إذا كان التي تسلك هذا هو عدد السيارات  $t=2$  حيث  $t=2$  هو  $CD$  الل لازم ل عبور الزمنو، الطريق وكذلك الزمن الذي يلزم دقائق، خمس  $BD$  وال زمن الل لازم ل عبور، المقطع من الطريق خمس دقائق بالفرض. كذلك هو  $AC$  ل عبور

الطريق زيادة هداما هو تأثير  $C$  إلى  $B$  من  $t=3$  أم إذا لو أضفنا طريقا: **نشاط**  $D$  إلى  $A$  من الأربع للوصول هذه السيارات الزمن الذي يلزم على الثالث



### الثالثل المقطع:

الأسئلة التي تم طرحها حول المثلثين السابقين: بعض على الإجابة الآن سنحاول  
الشكل في لكم هو موضح وفي المثلث الأول



اتزان ناش عندما يتجه سائقان عبر إلى سن توصل أننا الاستنتاجيبدو من المنطقي  
لذي في هذه الحالة يكون الزمن او ACD والسائقان الآخران عبر المسار ABD المسار  
يمكنكم التأكد من ذلك مع لكم كل سائق من السائقين الأربعة 7 دقائق يلزم  
أساتذتكم

C إلى B من للوصول الزمن اللازم أنبرتعزل و BC الطريق أو المسار أضفنا لو ماذا  
إماله. بحيث يمكن قليل جدي في هذه الحالة

A النقطة وهي ، عندها اتجاه واغير أن يوجد نقطتان يمكن للسائقين تففي هذه الحالة  
الحالة هذه اتجاهه. فييرغان ي لا يمكنه C إلى سائق يصل ي أن لاحظوا B والنقطة  
الزمن ABCD المسار الثالث فهو أما ACD و ABD مسارات هي ثلاث عن دناتوجد  
اعتبرنا الزمن اللازم أننا. لاحظوا شاشة كل مسار من هذه المسارات موضح على اللازم ل  
إماله. ويمكن بالتوازي قليل جدا لأنه صفر C إلى B من للوصول

الآخرين ذات السائقين الثلث أن عرف ثم ACD يسلك أن الأول لو قرر السائق  
9 دقائق إلى الآخرين كما ونه سيحتاج هإفس يسلكون نفس المسار

$$5 + 2 = 5 + 4 = 9$$

دقائق 6 إلى سيحتاج نهإ ABD إلى ر مساره غي إذا أم

$$1 + 5 = 1 + 5 = 6$$

دقائق 5 إلى نه سيحتاج ف ABCD مساره إلى و غير أكثر فكر إذا أم

$$1+2=1+4=5$$

تغيري رب ، سي قوم السائق الأول منه على مصلحته الشخصيه الحالة وحرصا هذه في ABCD ه إلى مسار

؟ الحالة هذه في ناش اتزان على سنحصل هل

فانه ABD إلى مثلا فلو اتجه. يغير مساره أنمكن السائق الثاني يأن لاحظوا : 7 دقائق إلى سيحتاج

$$1+5=2+5=7$$

ABCD إلى غير مساره إذا أم. 2 إلى في هذه الحالة تغيرت من 1 أنا ولاحظ : 6 دقائق إلى سيحتاج ف

$$1+2=2+4=6$$

أيضا قرر السائق الثاني إذا أيضا وهو نفس الوقت الذي سيحتاجه السائق الأول ، الشخصيه في هذه الحالة وحرصا منه على مصلحته ABCD المسار على مرافقتة ABCD إلى بتغير مساره الثاني أيضا السائق سي قوم

مسارهما والرابع الثالث السائق غير لو ماذا؟ الحالة هذه في ناش اتزان على حصل سن هل أيضا؟

: دقائق 8 إلى نه سيحتاج ف ABD لو غير السائق الثالث مساره إلى

$$1+5=3+5=8$$

: سيحتاج إلى 7 دقائق ف إنه ABCD إلى مساره غير إذا أم

$$1+2=3+4=7$$

إذا قرر السائق الثالث وهو نفس الوقت الذي سيحتاجه السائقان الأول والثاني ABCD المسار مرافقتة على

ACD؟ المسار على سي بقى هل؟ والآخر الرابع السائق عن ماذا

: 9 دقائق إلى نه سيحتاج ف ACD لو بقي على المسار

$$5+2=5+4=9$$

أيضا دقائق 9ه سيحتاج إلى إ ABDغير مساره إلى إذا أم

$$1+5=4+5=9$$

: 8 دقائق إلى سيحتاج فإن ABCD إلى ولكنه لو غير مساره

$$1+2=4+4=8$$

الآخرين منه على وصلحته الخاصة ودون مراعاة وصلحة السائقين الثلاث حرا، إذا ABCD . الانضمام إلى رفاقه على المسار أس يقرر السائق الرابع أيض

السائقين الأربعة جمعي هذا كان! ولكن هذا ما سيحصل، غير منطقي الأمر يبدو هذا أن انيين

سيطلب منكم أن إيجاد جميع الاحتمالات الممكنة لتوزيع السيارات على : 3 نشاط  
، وإيجاد الزمن الكلي اللازم لعبور BC المسارات المختلفة قبل وبعد إضافة المسار  
في كل حالة D إلى A السيارات من

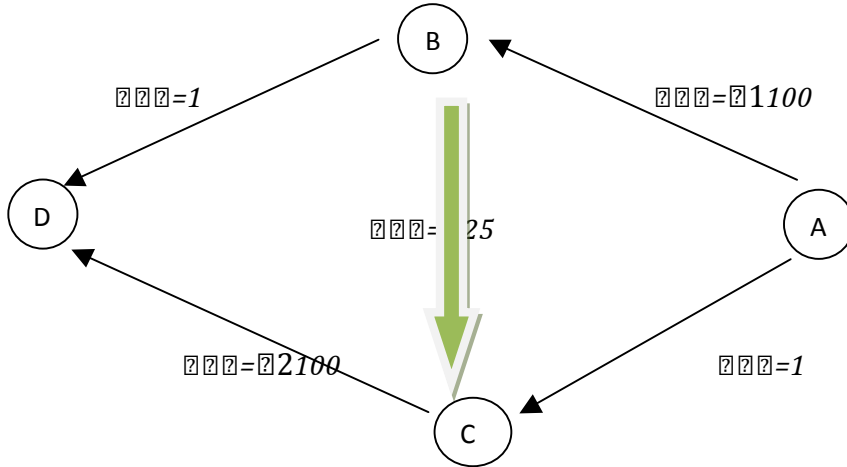
ممكّن؟ كلي زمن أفضل هو ما

لأنانية التي ستظهر في المقاطع هل يمكنك إيجاد جميع التصرفات ا : 4 نشاط  
التالية؟

نماذج لتصرفات سائقين أنانيين: الرابع المقطع

## خامس ال المقطع:

لتكن و D إلى A 100 سيارة تريد ال عبور من عن دنا لتكن إضافيًاً مثال ال أن لن أخذ الشكل ال التال ي عن دنا شبكة الطرق ال موضحة في



C عدد ال سيارات التي تعبر من 2 و B إلى A عدد ال سيارات التي تعبر من 1 لكن ي ال مسارات تعبر عدد ال سيارات التي x ليكن . حسب الوقت بالساعاتن حيث D إلى عدد ال سيارات التي تعبر المسار z و ACD عدد ال سيارات التي تعبر المسار y، ABD، ABCD.

هو ABD الوقت الذي يحتاجه من يسلك

$$t_{ABD} = t_{AB} + t_{BD} = 1100 + 1 = 1 + 1100 + 1$$

يجب اعتبار AB عند حساب عدد ال سيارات التي تعبرنه أحيث  $t_{AB} = 1 + 1100$  أن لاحظ بالإضافة إلى ال سيارات التي يختر z، و عددها ABCD التي تعبر ال سيارات x و عددها ABD المسارها وسائق

فهو ACD يسلك أما الوقت الذي يحتاجه من

$$t_{ACD} = t_{AC} + t_{CD} = 1 + 2100 = 1 + 1 + 2100$$

هو CD عدد ال سيارات التي تعبر أنحيث  $t_{CD} = 1 + 2100$  أن لاحظ

ACD المسار تعبر ال سيارات التي + عدد ABCD عدد ال سيارات التي تعبر المسار

فهو ABCD الذي يحتاجه من يسلك وقت الأما

$$x^2 + y^2 = (x^2 + y^2) + z^2 = x^2 + y^2 + 2z \cdot 100 + 14$$

؟ الاتزان حالة على ن حصل متى

مسأوي ABD ن حصل على اتزان ناش عندما يكون الوقت الذي يحتاجه من يسلك  
ABCD يحتاجه من يسلك للوقت الذي مسأوي و ACD من يسلك الذي يحتاجه للوقت

المعادلة ن حصل على أننا أي

$$14 + x^2 + y^2 + 2z \cdot 100 = 1 + x^2 + y^2 + 100 = x^2 + y^2 + 100 + 1$$

إلى ير مساره حيث سيهم انتقاله يغمن تفائدة لأي سائق في هذه الحالة لالأن هو ذلك  
وبالتالي إلهن تقل أي مسار جديد في زيادة عدد السيارات على المسار الجديد الذي  
الجديد. مساري لزمه ل عبور السادة الوقت الذي زي

من ذلك ن حصل على معادلتين:

$$1 + x^2 + y^2 + 100 = x^2 + y^2 + 100 + 1 \quad (1)$$

$$14 + x^2 + y^2 + 2z \cdot 100 = 1 + x^2 + y^2 + 100 \quad (2)$$

، والبت عويض في المعادلة الثانية ن حصل على:  $x^2 + y^2 = 75$  ن حصل من المعادلة الأولى على

$$14 + 2z + 2z \cdot 100 = 1 + x^2 + y^2 + 100$$

ومن ذلك  $x^2 + y^2 = 75$  وأن  $75 = 100 + x^2 + y^2$  أي أن

نفس هو وهذا ،  $25 = x^2 + y^2$  فإننا ن حصل على وبالتالي  $100 = (x^2 + y^2) + z$  مجموع السيارات أن لاحظ  
سيارة. 50 فهى زأما. أي ACD التي ت عبر المسار عدد السيارات

ساعة هو في حالة الاتزانة من المسارات الثلاث أي ل عبور الوقت اللازم أن سنتنتج  
وثلاث أرباع الساعة:

$$1 + x^2 + y^2 + 100 = 1 + 25 + 50 \cdot 100 = 134$$

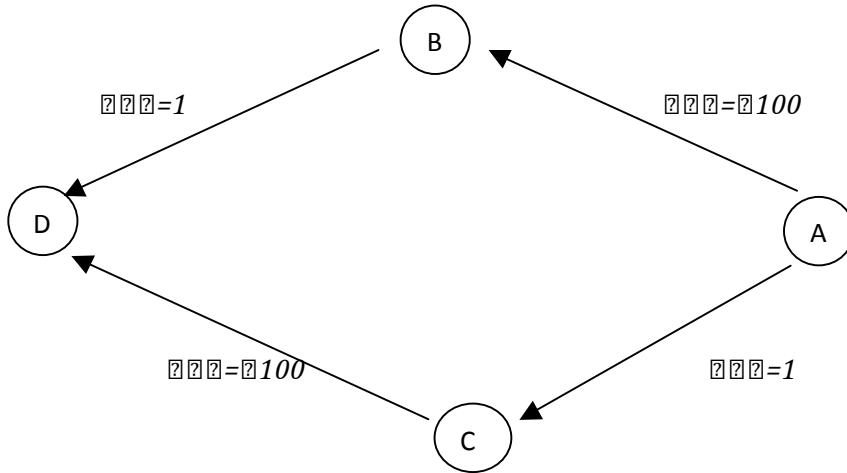
السؤال الذي يطرح نفسه الآن: 5 نشاط



الحالة؟ هذه في ناس اتزان إلى التوصل يتم ومتى؟ BC الطريق إغلاق تأثير هو ما

السادس المقطع:

بقى هناك مسارات السابقة، ي الأمثلة في أوضحنكم؟ BC المسار أغلقن إذا لو الشكل التالي هذين المسارين وعلى يوضح. ACD هو والمسار الآخر ABD فقط وهما يلزم لقطع هذا الجزء من الطريق. المسارات وضعنا الزمن الذي هذه كل جزء من



هو ABD طريق يسلك من في هذه الحالة يكون الوقت الذي يحتاجه

$$100 + 1 = 101$$

فهو ACD طريق الوقت الذي يحتاجه من يسلك أم

$$1 + 100 = 101$$

عندما يكون الوقت الذي أحسنتم عن دم ..... الاتزان نحصل على حاله أن من الواضح أي ACD للوقت الذي يحتاجه من يسلك طريق مساوياً ABD يحتاجه من يسلك طريق عن دم

$$100 + 1 = 1 + 100$$

(100) يساوياً أن جميع السيرات عددها (50 = و 50 =، وبالتالي أي عن دم

حيث لا، في هذه الحالة هو صفر ABCD عدد السيرات التي تسلك المسار أن لاحظوا (المساراً هذاً أغلقنا حيث) C والنقطة B والنقطة يوجد مسار بين

موساعة الاتزان في حالة D إلى A هذه الحالة يكون الوقت اللازم للوصول من ف المسار أغلق ناعندما أننا أي الساعة، أرباع بدلا من ساعة وثلاث فقط ونصف الساعة ربع ساعة. الاتزان وفرنا على السائقين في حالة BC

في D إلى A فيقل الزمن الذي يلزمك للوصول من غلق طريقات، هذه مفارقة عجيبه وهي (Braess's Paradox مفارقة بريس) تسمى هذه المفارقة تسمى ن!! الاتزاحالة (في أطروحتة Dietrich Braess مفارقة قدمها عالم الرياضيات الألماني ديترش بريس) ولكن ه مشهوره، غيّر بدهي قوهي أسلفنا عام 1968، وهي مفارقة عجيبه كما للدكتوراه تنص بشكل مبسط على أنو (Game Theory المسماة) في نظرية الألعاب

**!! الأداء مستوى في انخفاض إلى تؤدي قد السعة زيادة**

. السؤال السابق إلى لنرجع: 6 نشاط

إلى تمدل انظرية أمثلة مجرد الأمر أن أم العملية الحياه في ريسب مفارقة تتحقق هل  
بصلة واقعال

للإجابة على هذا السؤال. أساتذتك من نترككم مع

## ب: عس الالمق طع:

على سبيل المثال وذلك شبكات طرق عدة يس تنطبق في رمفارقة بتمت مل احظة أن في و ، عام 1969 في شتوت غارت ) ألماني او ) ، (سيئول ) كوري ا لجنوبية فيل ا لحرص (الولايات المتحدة الأمريكية) حيث أدى إغلاق الشارع 42 عام 1990 إلى نيويورك خفض الازدحام في المنطقة.

ل: أن والسؤال الذي يطرح ا

**؟الممرور حركة تحسين إلى يؤدي قد معينه طرق إغلاق نأب التنبؤ يمكن هل**  
طرق مفارقة بريس في عدة بإمكانيه تحقق 2008 فيتنبأت دراسة قام بها عدة علماء يؤدي يمكن أن التي الطرق إلى البحث، وأشارولندن نيويورك و، في بوسطن محددة . في هذه المدن مدة السفر لحد من إلى هاغلا

خ: الذي يطرح نفسه الآن السؤال ا

**؟ بريس رقمةفا حدوث تجنب يمكن هل**

في (Anna Nagurney) أثبتت دراسة حديثة نشرتها الةالمة الأمريكية أنا ناغورني ( تختفي في شبكات قد مفارقة بريس بريس أوظاهرة للمرة الأولى أنوال عام 2010 الطرق شديداً. الطرق التي يكون فيها الالطلب على

**؟ادائم جيد أمر جديدة طرق إضافة أن هذا يعني هل**

أن ما يحدث في هذه الحالة هو عدم استخدا الم الأمريكية الةالمة أو وضحت نفس الدراسة في (crowd wisdom) دوالحش حكمة السائقين للطريق الإضافي كنتيجة لما سمته الباحثه الدراسة على أهمية الحذر الشديدي عند تصميم ج من ذلك كما تؤكدنستن . (wisdom) د يؤدي حيث أن الالطلب الشديدي على استخدا بعض الطرق لالبنية التحتية مفارقة بريس يجر التنويه إلى أن . الإللاقها على بعض أجزاء إلى عدم استخدا الانترنت شبكة مثل التطبيقات الأخرى في بعض أظهر أيضات

: كان والذي، نقدم ال أن إجابة كالملة للتساؤل الرىيس في هذا العرض

**؟ الطرق بشبكة الازدحام تخفي ف إلى دائم يؤدي جديدة طريق إضافة هل**

ل: ليي لكم اي يمكن تلخيص الاجابة

إن إضافة طريق جديدة لشبكة طرق قد يؤدي في بعض الأحيان إلى انخفاض في أداء ستخدام ، وقد يؤدي في حالة الالطلب الشديدي إلى عدم ام بدلا من تحسنه عاشبكة الال دث عجيب ولكنه يح أمر . هذهب بعض أجزاء شبكة الطرق

غلاقها الى إيؤدي يمكن أن التي في مناطقكم هل تعرفون بعض الطرق :7 نشاط  
حركة المرور تحسني ؟

### المعلم دليل

بسم الله الرحمن الرحيم

، المدرسة أختي ، رس المدأخي

ن يكون مناسباً هذا الدرس المرئي استحسنكم ويلقى أن أتمنى في البداية  
الصفن تكون النشاطات التي تم اقتراحها للقيام بها في أتمنى أيضاً أ وكم ابطل  
ممتعة ومناسبة.

رس المرئي هو زيادة الوعي بخطورة السائقين الأنانيين دالغرض المرئي من هذا ال  
وكذلك على خاصة وتأثيرهم السلبي على انسياب حركة المرور في داخل المدن  
مكانية تسببهم في حوادث السير . إ

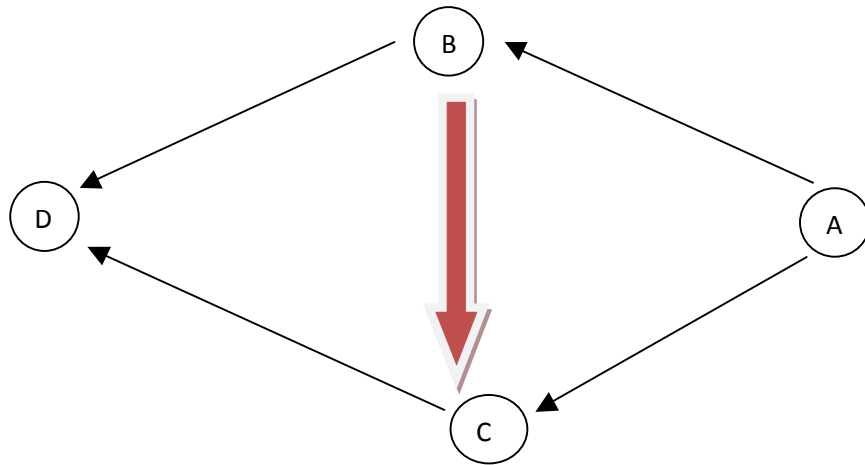
يمكن تلخيصها فيما يلي: فلهذا الدرس المرئي الرئية التعليلية الاهداف

- 1) (Game theory) ع الرياضيات وهو نظرية الألعاب فرأتطبق حي وواقعي على فرع من (theory).
- 2) لحل حث الطلاب وتشجيعهم على البحث العملي وتذكيرهم بأهميته وخاصة  
المشاكل المتعلقة ببلدانهم.
- 3) طرق العد وتقصي كافة الحالات المحتملة في مثال ما. تدرب الطلاب على
- 4) بشكل مبسط (Nash Equilibrium) تقديم مفهوم اتزان ناش
- 5) بشكل مبسط (Braess's Paradox) ارقه بريس تقديم مف

طرق حل يلي: أما ما يتطلبه الطالب لفهم هذا الدرس المرئي فيتلخص فيما  
وأكد اجزم التوعويض. بطريفة عادلتين خطيتين في متغيرين بطريفة الحذف أو  
طفة فهم ومتابعة هذا الدرس المرئي. طالب في المرحلة المتوسطة بإمكان أي ن أ

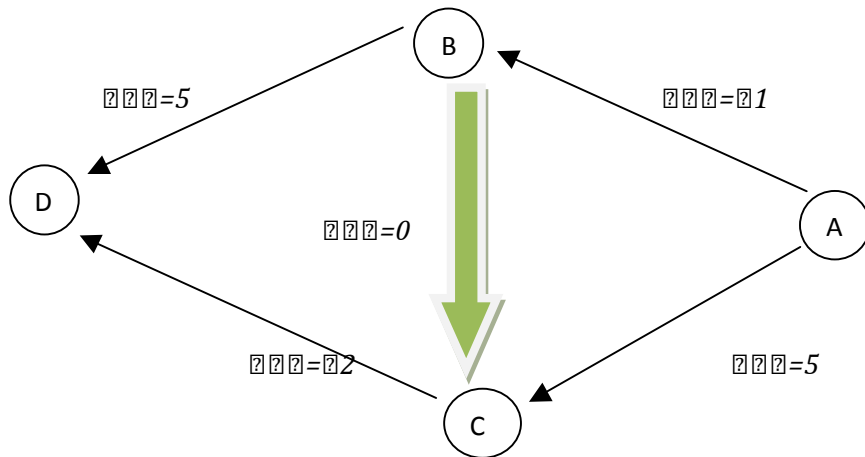
من مقاطع الدرس أمقطع عن شاط يتبع كل .تم اقتراح سبعة أنشطة في هذا الدرس المرئي  
ما يلي:ك ويمكن تلخيصها المرئي.

لنتابع الصورة : الإجابة عن السؤال الرئيسي وهو ابدأ سيحاول الطل :الأول النشاط  
التالية



إلى زيادة الازدحام أم تخفيف الازدحام في الطرق BC يؤدي إغلاق الطريق سهل  
ACD و ABD أي المسارين ،المجاورة ؟

كم تلاحظون في سيحاول الطلاب الإجابة على الأسئلة التالية :الثاني النشاط  
:الصورة التالية:



هم، وما هي النقاط التي تغيير مسارات خيول عندها السائق التي يملكها هي النقاط ما هي جميع المسارات معين. مساري هم مجبرون على بل ، عندها أي خيار نو السائق لا يملك كل سائق من وما هو الوقت الذي يلزم ؟ اتزان ناش إلى توصل التي تم امتحان حتملة ؟  
ن الاتزا عند حالة في المثاليين الأول والثاني السائقين الأربعة

لحالات يحاول الطلاب إيجاد جميع المثاليين الأول والثاني س في : **الثالث النشاط**  
ق ي الممكنة قبل وبعد إضافة الطرق مسارات ال الممكنة لتوزيع السيارات الأربعة على ل عبور من الأربعة السيارات يلزم الوقت الكلي الذي إيجادكم سيحاول الطلاب BC. أيضا. سيطلب من الطلاب إيجادها تم في كل حالة من الحالات التي D إلى A النقطة . وقت كلي أفضل إيجاد

تصرفات الأنانية في الفيديو تصرف من السيناقش الطلاب كل : **الرابع النشاط**  
السعودية. الم عروض والذي تم تصويده في المنطقة الشرقية من المملكة العربية أو وهل هذا التصرف من طقي ، الأنانية يل هذا التصرف تعد إمكانية سيناقش الطلاب ؟ حالة وما هو التصرف الصحيح في كل ؟ غير من طقي

BC؟ الطريق إغلقا هو تأثير : سيناقش الطلاب الأسئلة التالية : **الخامس النشاط**  
ما هو الزمن ؟ BC الطريق إغلقا بعد أي ، اتزان ناش في هذه الحالة إلى يتم التوصل إلى مت ؟ في هذه الحالة D إلى A الكلي لل لازم للوصول من

(Braess's Paradox) تحقق مفارقة بريسي إمكانية سيناقش الطلاب : **السادس النشاط**  
يعتمد أمر أن أم الحياة العملية في هل تتحقق مفارقة بريسي. في الحياة العملية ؟ نظرية فقط أمثلة على

من اطلقهم أو قراهم أو وجود طرق محددة في مدنهم إمكانية سيناقش الطلاب : **السابع النشاط**  
حركة المرور. في تحسن إلى إغلقا هادي يؤان يمكن

والمهتمين بالطلبية المتميزين بعض إعطاء المدرسة أو المدرس إمكانية اذكر بان أن أود : **النشاطات الإضافية** مثل بعض الدرس المرئي بموضوع

- بحث مبسط عن مفهوم اتزان ناش وتطبيقاته في الحياة أو كتابة تقرير  
العملية
- اعن مفارقة بريس وتطبيقاتها في الحى مختصر كتابة بحث مبسط  
العملية

أن استحسنكم و المرئى هذا الدرس ين يللقاً لكم مشاهدة طيبة وأتمنى و فى ال ختام  
لكم ول طلبكم يكون مفيداً .

وبركاته تعالى علىكم ورحمة الله والسلام