

# حساب حجم الكثيب الرملية

كتور محمد أبو صبيح الد

قسم الرياضيات والإحصاء، جامعة الملك فهد للبترول والمعادن  
بيشة السعودية المملكة العربية

## APPROXIMATING THE VOLUME OF SAND DUNE

**Dr. Mohammad Z. Abu-Sbeih**

**Department of Mathematics and Statistics,**

**KFUPM, KSA**

بسم الله الرحمن الرحيم

، وبركاته عليكم ورحمة الله السلام

أنا الذكتور محمد زهير أبو صبيح من جامعة الملك فهد للبترول والمعادن

اتكونو أن أرجو، وفي هذا الدرس من دروس البلوسوم وأرحب بكم أحسن تحية أحييكم مفعمين بالنشاط والحيوية.

افلة بالتحديت، وستكون دعماً للمهارات التي لدينا اليوم مسألة مشوقة وح تعلمتموه. مسألة اليوم تتعلق بأحد المشاكل الأساسية التي تواجه المملكة العربية . هذا الزحف أله وهي زحف الرمال والوعالم، السعدوية والكثير من البلدان في المنطقة وسكة الحديت التي يهدد المشاريح الحيوية والسكنية في المنطقة مثل المطار المشاريح لمحاولة الطرق ووالمصانع والمنطق السكنية والطرق. هناك الكثير من السيطرة على حركة الرمال. لكن دعنا نسلط الضوء على هذه المشكلة وأبعدها من خلال تالمدنية أشن المأحدها الفيديو الذي يصور حركة الرمال بالقرب من

السبب الرئيسي لتكون الكثبان الرملية هي (العرض: شرح أثناء) الفيديو مصور لبأ ما تكون هناك ترسبات قديمة على نباتات أو أحجار ثم تتراكم احركة الرياح، و الكثير ثم الكثبان الرملية . تكون لعلها الرمال

ألقكم بعد قليل. . عوامل رئيسية تؤثر على حركة الرمال تذكر ثالا: **النشاط الأول**

**لثاني ازاء الج:**

: سرعة الرياح، الأتيق لإجابات أهلاً بكم أعزائي الطلبة وأتوقع أنكم حصلتم على حجم وكتلة حبات الرمل والرطوبة.

أهم . الكثبان تبعا لهبوب الرياح هذه من أنوع متعددة للكثبان الرملية وتتنوع أنوع الكثبان الرملية:

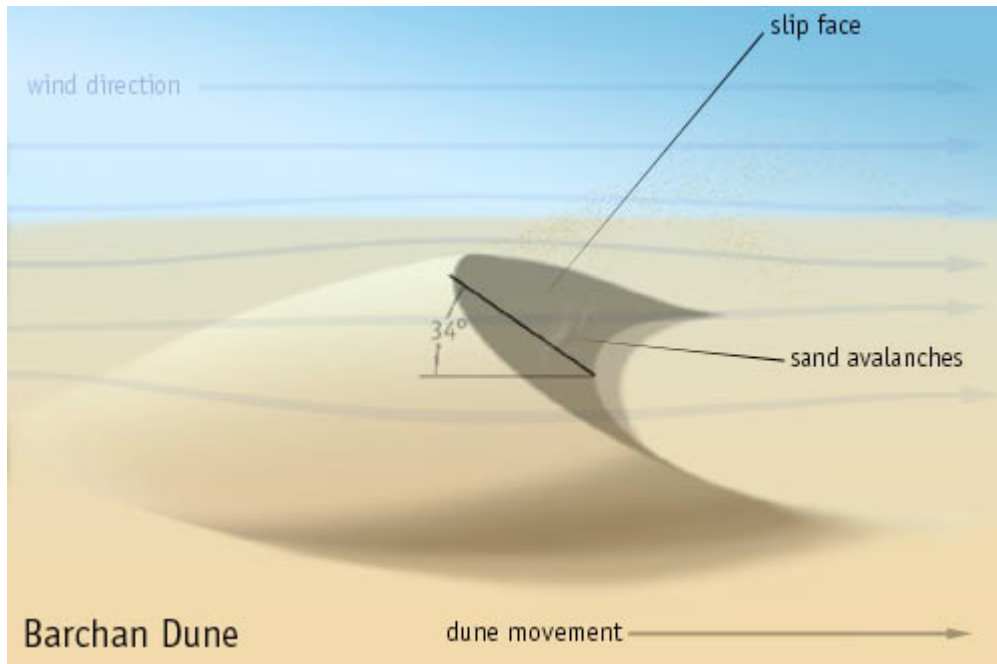
(Barchan Sand Dune) الكثبان الهلالية

(Longitudinal Sand Dune) الكثبان الطولية

الكثبان العرضية

## الكتبان النجمية (Star dune) البيضاوية الكتبان

أسطحها، ومظهر وأبعاده، انحداراتها، تباين حيث من الرملية الكتبان أشكال تختلف  
يبالكت شيوعاً الرملية الكتبان أشكال أكثر ومن أحجامها وتباين العام، ونمطها  
الهلالي بشكله الرملية الكتبان من النوع هذا ويتميز . الخرد أو البرخان أو الهلالي  
يتسم ببيئها الكساح، باسم يُعرف الذي الرياح، لاتجاه المواجه البسيط وانحداره  
أقل جانبيان ذراعان وله الصباب، اسم عليه ويُطلق بشدته، للرياح المظاهر الانحدار  
الرياح وتعمل . السائدة الرياح منصرف اتجاه إلى يشيرانو الكتيب، من ارتفاعاً  
أشكال إلى الهلالي شكله يتحول فقد باستمرار، الكتيب شكل تغيري على  
المركبة والهلالية الجنيية، والصغيرة البيضاوية، الكتبان منها أخرى، مختلف  
القوية فإن هذه الكتبان في منطقتنا هي الكتبان الهلالية، وعندما تهب الرياح هذه أهم  
الرياح وكأنها كتلة واحدة. باتجاه الكتبان تتحرك



This is a file from the [Wikimedia Commons](https://commons.wikimedia.org/). Commons is a freely licensed media file repository

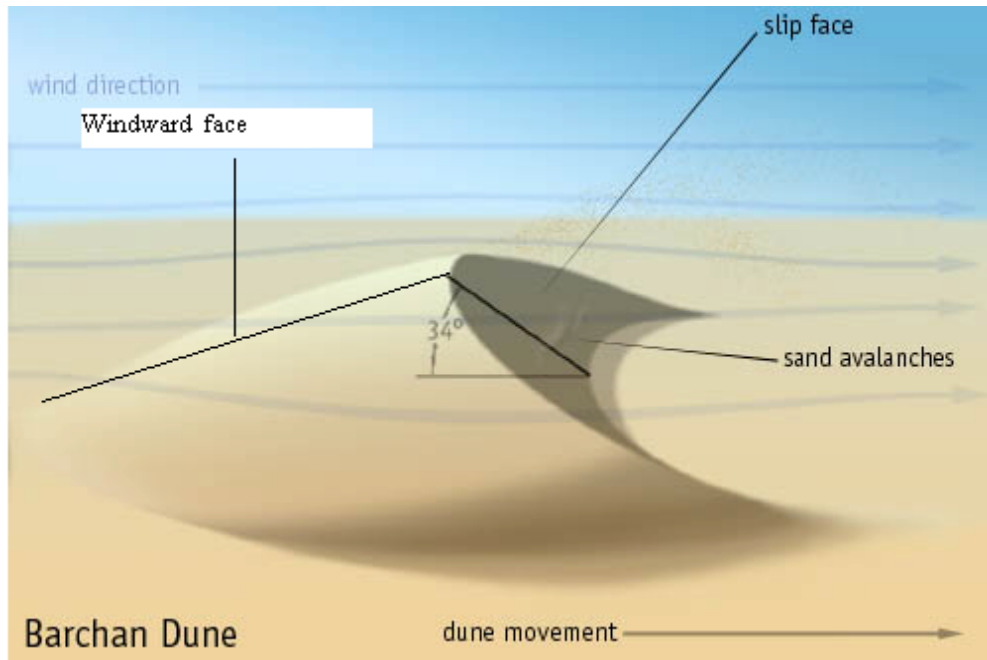
أذكر ثلاث عوامل رئيسية لتثبيت الرمال وعدم زحفها إلى المناطق: **النبش والثلثاني**  
ألق الكم بعد قليل. . الحويية

لثالث الجزء ١

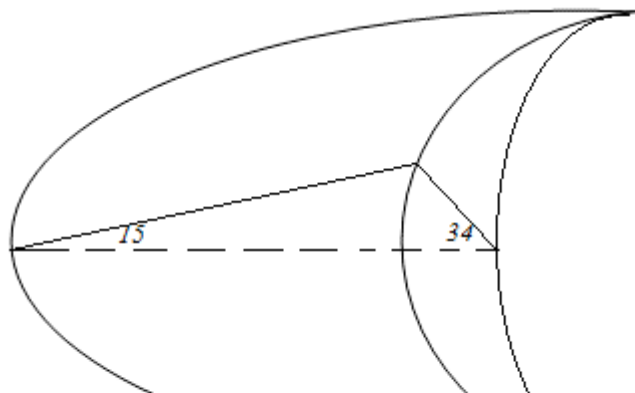
بيوت تكون وقد توصلتم الى أجوبة مناسبة لتث أنرجوا و الطلبة أهلكم أعزائي  
: زراعة النباتات، رش النفط الخام على الكثبان الرملية وإقامة الكثبان الرملية مثل  
الحواجز الصناعية.

سنركز في هذا الدرس على نوع واحد من الكثبان وهي الكثبان الهلالية لأنها الأشهر  
في المنطقة.

ونريد على فرض أن هناك تل رملي (أو كثيب كما يسمى) يزحف على منطقة حيوية  
، كيف نستطيع حساب حجم الكثيب؟ من الملاحظات المتكررة لهذا النوع من إزالته  
باسم يُعرف والذي الرياح، لاتجاه المواجه البسيطة انحدار الكثبان نلاحظ أن ال  
للرياح المظاهر الانحدار يصنع بين مامع ألقاعدة،  $15^\circ$  مقدارها زاوية يصنع الكساح،  
بالشكل موضح هو كما مع ألقاعدة  $34^\circ$  مقدارها زاوية الصباب اسم علىه يُطلق والذي



التالي التمثيلي الرسم في كما مكافئة قطوع ثلاث هناك أن كما



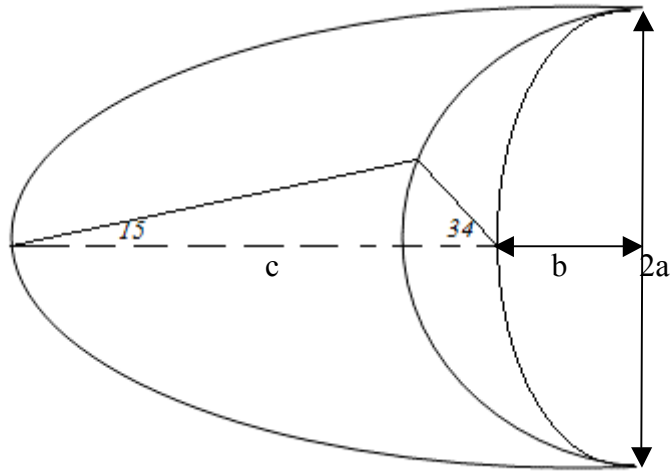
### شكل 3

هي الأبعاد التي تحتاج إليها لحساب حجم الكثيب الرملي؟ ما النشاط الثالث:  
ترككم وألقاكم بعد قليل. سأ

#### لرابع الجزء:

وأرجو أن تكونوا قد توصلتم إلى جواب السؤال السابق. أعزائي الطلبة أهلاً بكم مجدداً  
معرفة: إلى: كم هو موضع في الشكل الآتي نحتاج

- (1)  $2a$  البعد بين الطرفين وليكن طول هذه المسافة
- (2)  $b$  عمق القمع المكافئ الأول وليكن
- (3) الخط وهو رأسي القاطع المكافئين الذين يحددان القاعدة المسافة بين  $c$  وليكن في الشكل المقطع



شكل 4

أم نستطيع حسابها من هذه المعلومات؟ ولم إذا؟ الارتفاع معرفة إلى: هل نحتاج سؤال

نستطيع  $34^\circ$  و  $15^\circ$  وزوايا المثلث في الشكل والذي قاعدته إلى طبعاً إذا نظرنا  
ب. الكثي ارتفاع حساب ارتفاع المثلث والذي يمثل أيضاً

ما هي الطريقة التي تقترحها لحساب حجم الكثي بصورة: النشاط الرابع  
سألناكم بعد تقريبي؟ وضح الطريقة وناقش إجابتك مع زملائك في المجموعة.  
قليل.

شرائح إلى الجزء الخامس: طريقة التشریح

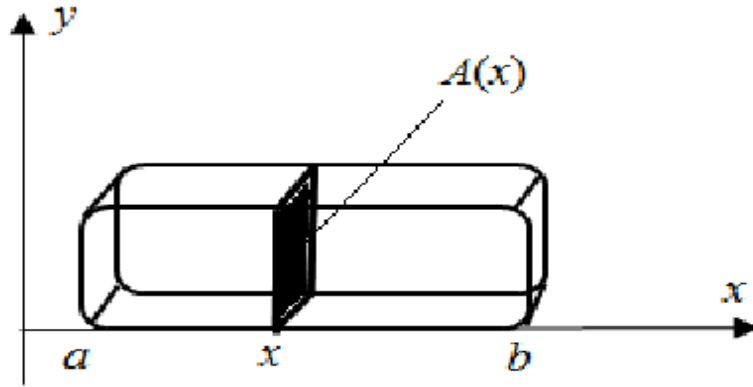
بفناس طريقة إلى قد توصلتم لتكونو وأرجو أن تب أعزائي الطلأهأ بكم مجدداً  
شرائح كما إلى طريقة التشریح سنقوم هنا باستخدام ،تقريبي الالحساب الحجم  
مع هذا النمودج للكثي الرملي. نفع في س

ح متوازية بسماكة صغيرة حيثى شرا إلى وتتلخص هذه الطريقة بتقطيع الجسم  
حجم كل شريحة يساوي مساحة المقطع مضروباً في سماكته. وعند جمع حجوم هذه  
ح كلها نحصل على قيمة تقريبي لحجم الجسم. وكلما قلت سماكة الشرائح الشرائح  
تكون القيمة التقريبي أفضل.

لنفرض أن عندنا جسم محصور بين مستويين عموديين على محور السينات قاعدة:  
متصلة وتمثل مساحة المقطع للجسم عمودية على محور  $A(x)$ . إذا كانت الدالة  $x = a$  و  $x = b$   
فإن حجم الجسم يساوي:  $[a, b]$  في داخل الفترة  $x$  السينات عند النقطة

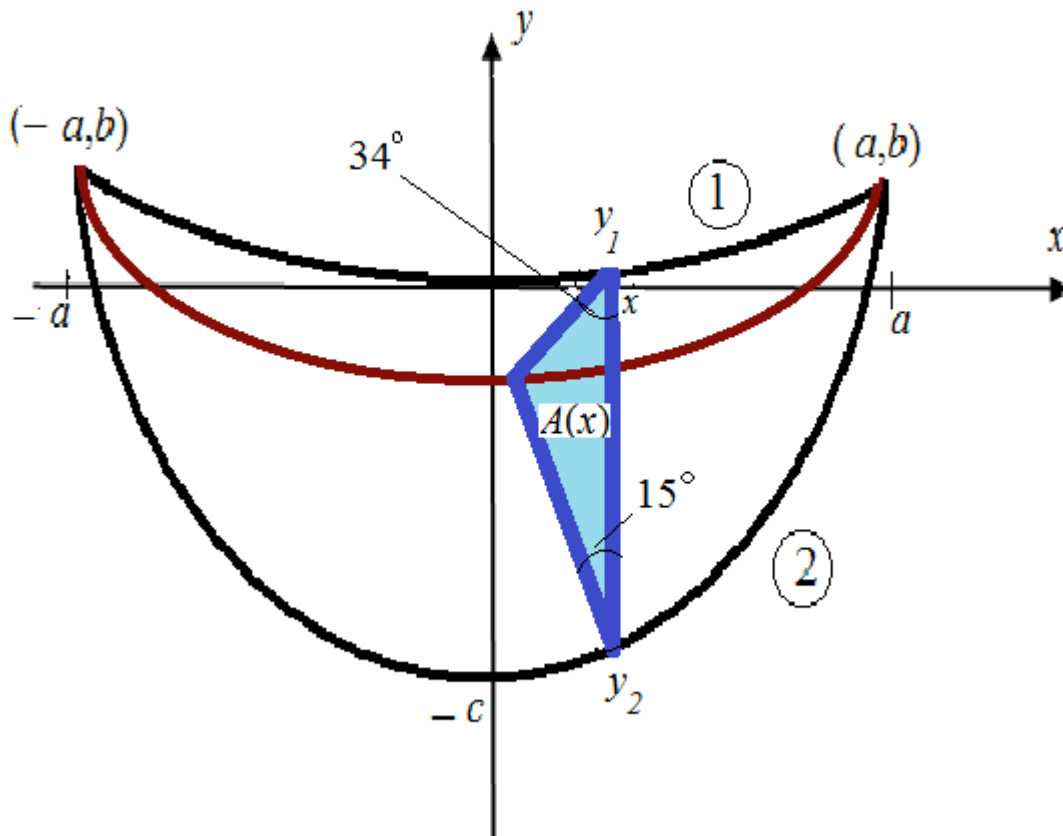
$$V = \int_a^b A(x) dx$$

(.  $dx$  مضوبة في  $A(x)$  ل  $b$  إلى  $a$  تساوي تكامل من  $V$ ) نقرأ المعادلة:



شكل 5

والآن سوف نستخدم هذه القاعدة في حساب قيمة تقريبيه لحجم الكثيب الرملي.  
 لنعد إلى الرسمة التوضيحية للكثيب الرملي ولنحاول وضعه في المستوى  
 كالآتي:



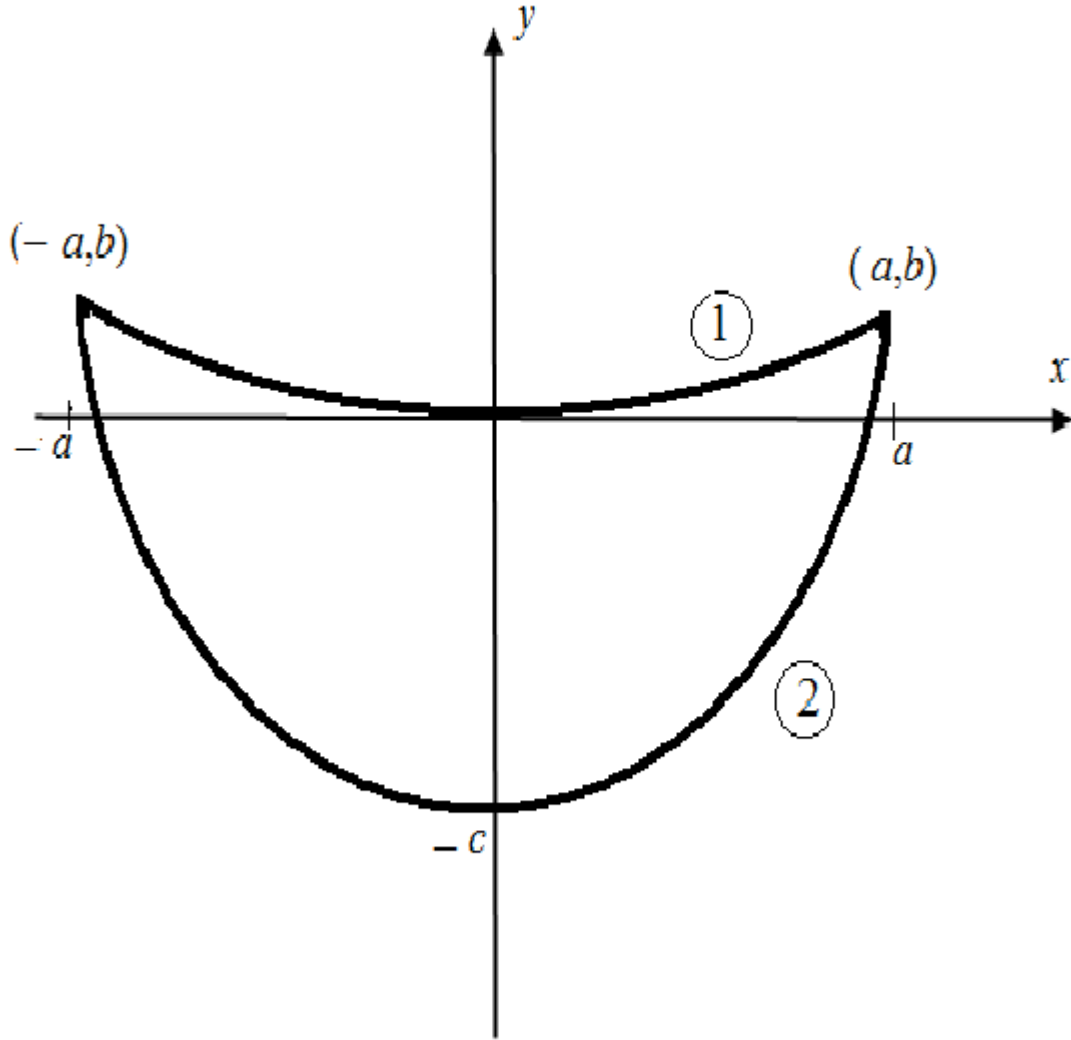
شكل 6

يكون المقطع العمودي على محور  $[a, b]$  داخل الفترة  $x$  على فرض أن عند كل نقطة  $34^\circ$  و  $15^\circ$  وزاويتيها المجاورة لهذا الضلع هما  $(y_1 - y_2)$  اارة عن مثلث قاعدته السينات عب إلى نحتاج  $A(x)$  كما هو موضح في الشكل أعلاه. وحتى نحسب مساحة المقطع

- 1) معادلة المقطع المكافئ الأول إيجاد
- 2) معادلة المقطع المكافئ الثاني إيجاد
- 3) في الشكل. ارتفاع المثلث الأزرق

معادلة المقطع المكافئ الأول إيجاد اول مع زملائك في المجموعة **النشاط الخامس:**  
والثاني في الرسم التالي.  
ألقكم بحد قليل.





شكل 7

الجزء السادس:

تم على ماذا؟، والآن لنرى حصل أعزائي الطلبة أهلاً بكم مجدداً

$y_1 = Ax^2 + Bx + C$  أولاً حساب المعادلة الأولى: المعادلة العامة للقطع المكافئ هي فإنه عند التعويض ن حصل على ثلاث  $(0,0)$  و  $(a,b)$ ,  $(-a,b)$  وحيث أنها تمر بالنقاط معادلات:

$$C = 0 \quad \text{و} \quad b = Aa^2 + Ba \quad \text{و} \quad b = Aa^2 - Ba$$

وبالتعويض فإن معادلة المقطع  $A = \frac{b}{a^2}$  و  $B = 0$  وعند حل هذه المعادلات نحصل على  
المكافئ الأول هي:

$$y_1 = \frac{b}{a^2} x^2$$

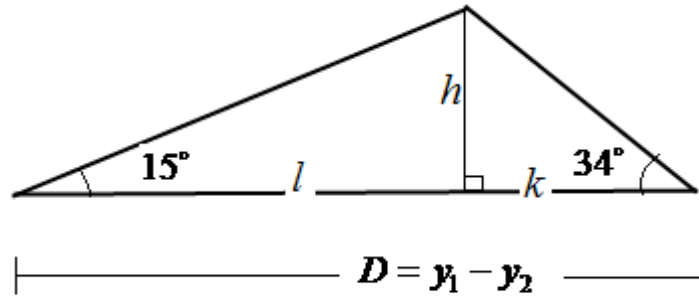
ثاني حساب المعادلة الثانية:

في المعادلة  $(0, -c)$  و  $(a, b)$ ,  $(-a, b)$  النقاط بنفس الطريقة نعوض  
لنحصل على معادلة المقطع المكافئ الثانية:  $y_2 = Ax^2 + Bx + C$

$$y_2 = \frac{b+c}{a^2} x^2 - c$$

حاول مع زملائك في المجموعة إيجاد ارتفاع المثلث (للمقطع) كما هو النشاط السادس:  
D المتالي بدلالة القاعدة موضح في الرسم.

ألقاكم بعد قليل.



شكل 8

الجزء السابع:

ارتفاع المثلث، ولنرى كيف إيجاد إلى أعلى بكم مجدداً وأرجو أن تكونو قد توصلتم  
نحصل عليه:

$h = k \tan 34$  من المثلث الأيمن نلاحظ أن  
 $h = l \tan 15$  . ومن المثلث الأيسر نجد أن

القيمتين نحصل على: وبمسواة

$$l = k \frac{\tan 34}{\tan 15}$$

ومن هنا نستنتج أن قاعدة المثلث تساوي:

$$\begin{aligned} D &= y_1 - y_2 \\ &= k + l = k + k \left( \frac{\tan 34}{\tan 15} \right) \\ &= k \left( 1 + \frac{\tan 34}{\tan 15} \right) \\ &= k \left( \frac{\tan 15 + \tan 34}{\tan 15} \right) \end{aligned}$$

$$k = D \left( \frac{\tan 15}{\tan 15 + \tan 34} \right) \text{ أي أن}$$

فإن  $h = k \tan 34$  وبما أن

$$\begin{aligned} h &= k \tan 34 \\ &= D \left( \frac{\tan 15 \tan 34}{\tan 15 + \tan 34} \right) \\ &= 0.19177D \end{aligned}$$

تساوي طول قاعدة المثلث  $D = y_1 - y_2$  أن حيث

إيجاد مساحة المقطع (المثلث) العمودي حول مع زملائك في المجموعة النشاط السابع:  
 ألقاكم بعد قليل. . على محور السينات عند النقطة

**الجزء الثامن:**

الجميع استطاع إيجاد مساحة المقطع (المثلث) يكون أن أرجو أهدأ بكم مرة أخرى و  
 . على محور السينات عند النقطة

(المثلث (تساوي: لاحظ أن مساحة المقطع

$$\begin{aligned} A(x) &= \frac{1}{2} hD = \frac{1}{2} D(0.19177D) \\ &= 0.095885 D^2 \\ &= 0.095885 (y_1 - y_2)^2 \\ &= 0.095885 \left( \frac{b}{a^2} x^2 - \frac{b+c}{a^2} x^2 + c \right)^2 \\ &= 0.095885 \left( c - \frac{c}{a^2} x^2 \right)^2 \\ &= 0.095885 \left( \frac{c^2}{a^4} \right) (a^2 - x^2)^2 \end{aligned}$$

هذه هي مساحة المثلث أو المقطع العمودي على محور السينات.  
والآن نريد أن نطبق قاعدة الحجم باستخدام مساحة المقطع

تكامل محدود لحساب حجم الكثيب إيجادح اول مع زملائك في المجموعة **النشاط الثامن:**  
ألقاكم بعد قليل. ل.الرملي ثم أوجد قيمة التكامل

**الجزء التاسع والأخير:**

القاعدة السابقة باستخدام ولنرى كيف نحسب الحجم أهلًا بكم أحبائي الطلاب

$$\begin{aligned}
V &= \int_{-a}^a A(x) dx \\
&= \int_{-a}^a 0.095885 \left( \frac{c^2}{a^4} \right) (a^2 - x^2)^2 dx \\
&= \int_{-a}^a 0.095885 \left( \frac{c^2}{a^4} \right) (a^4 - 2a^2x^2 + x^4) dx \\
&= 0.095885 \left( \frac{c^2}{a^4} \right) \left( a^4x - \frac{2}{3}a^2x^3 + \frac{x^5}{5} \right) \Bigg|_{x=-a}^{x=a} \\
&= 0.095885 \left( \frac{c^2}{a^4} \right) \left( \frac{16a^5}{15} \right) \\
&= 0.10228c^2a
\end{aligned}$$

أي أننا نستطيع تقريب حجم الكثيب الرملي باستخدام المقدار:  
تمثل  $c$  اعين الجانبيين ومسافة بين الذر  $a$  حيث أن  $(0.10228c^2a)$   
العمودية بين رؤوس القطعين المكافئين للذرين يحددان قاعدة الكثيب المسافة  
الرملي.

**وخلصة هذا الدرس أننا:**

- تعرفنا على أنواع الكثبان الرملية
- ناقشنا بعض طرق تثبيت الكثبان لمنع زحفها
- ية والذي يدعى الهلال ي قيمة تقريبيه لحجم نوع واحد من الكثبان الرملية إيجاد

بهذا نكون قد أنهينا درس اليوم وأرجو أن تكونوا قد استمتعتم بهذا الدرس وحصلتم  
لأحد فروع الرياضيات مما يدفعكم إلى المزيد من معلومات جديدة وتطبيقات على  
ودراسة ومعالجة المشكل الطبعية الكون هذا مكنونات في البحث والاستقصاء  
لام عليكم ورحمة الله وبركاته المصاحبة ، والس

